

0017-9300(94)00154-5

Turbulence et chaos dans un conduit horizontal soumis à un phénomène de convection mixte

C. ABID, F. PAPINI et A. ROPKE

I.U.S.T.I. (U.A. CNRS n°1168), Université de Provence, 13397 Marseille, Cedex 20, France

(Received 20 July 1993 and in final form 6 May 1994)

Résumé—Cet article traite du problème des instabilités thermiques apparaissant dans un écoulement horizontal soumis à un phénomène de convection mixte. On considérant que les signaux physiques ont un aspect déterministe, le système est envisagé comme suivant une dynamique dissipative non linéaire, conduisant à un état chaotique. Cet état est caractérisé et la transition vers la turbulence mise en évidence. De plus, dans une section droite du conduit, on montre comment les mécanismes physiques, à l'origine de ces fluctuations, induisent des évolutions différentes des trajectoires dans l'espace des phases. On se limite à un aspect descriptif du comportement thermique du système.

1. INTRODUCTION

L'étude du phénomène de convection mixte dans un conduit horizontal en régime laminaire, soumis à une densité de flux constante et homogène à la paroi, a permis de mettre en évidence l'existence d'un gradient de température, sur cette paroi, dans une section droite [1–3]; ce gradient est dû à la présence d'écoulements secondaires qui viennent se superposer à l'écoulement principal induisant un transfert de chaleur variable dans cette section.

Lorsque l'on augmente la vitesse du fluide pour se situer dans la zone de transition 'laminaire-turbulent', on constate l'apparition de fortes fluctuations [4–8], sur la température de paroi T , caractérisées par des amplitudes et des fréquences variables, en particulier en haut d'une section droite.

Cet article portera sur l'étude et la description de ces instabilités thermiques et notamment sur leur évolution dans une section droite et tout le long du conduit. On s'intéressera à ces évolutions par la représentation de trajectoires dans l'espace des phases dans le but de mettre en évidence les mécanismes physiques susceptibles d'influencer l'état chaotique du système.

2. PRESENTATION DU PHENOMENE

Notre expérience concerne un écoulement d'eau dans un conduit métallique cylindrique horizontal de 1 cm de diamètre et de 0.2 mm d'épaisseur. Ce conduit est chauffé par effet Joule sur une longueur de 1 m; la densité de puissance apportée à la paroi est de l'ordre de 20 kW m^{-2} . Les conditions à l'entrée, pour le fluide de travail, sont une température constante et un profil parabolique de la vitesse. Les mesures de la température T , sur la face externe du conduit, ont été effectuées à l'aide d'un appareillage de thermographie

infrarouge numérisé dont le bruit de fond présente un écart-type de l'ordre de 0.1°C ; la vitesse d'acquisition des images est de 6.25 images/seconde.

Les mesures du champ de température à la paroi ont été menées pour différentes valeurs de la vitesse moyenne du fluide v et de la cote z (l'origine de la cote est à l'entrée de la zone chauffée). On a, par ailleurs, montré que la distribution de la température, dans une section droite quelconque, en fonction de l'angle θ (où θ varie entre 0 et π respectivement pour le haut et le bas d'une section droite), a l'allure d'une gaussienne [3].

Lorsque l'on augmente la vitesse du fluide ou le nombre de Reynolds Re (Re est calculé à la température d'entrée du fluide) et que l'on se situe dans la zone de transition 'laminaire-turbulent', des instabilités thermiques sont générées faisant apparaître des fluctuations temporelles de la température de paroi. A titre d'exemple, Fig. 1 représente une évolution de cette température, pour le haut d'une section droite du conduit ($\theta = 0$), à une cote z et une vitesse moyenne de fluide v données.

Lors de l'apparition de ces instabilités, la température du haut du conduit peut chuter brutalement pour atteindre la température du bas et, de ce fait, annuler le gradient entre ces deux points. Pour illustrer ce phénomène, sur les Figs. 2 et 3, on a représenté l'évolution de température, de deux pics différents, dans une section droite (pour différents angles θ), pour une vitesse moyenne de fluide v et une cote z données. L'état stationnaire correspond au niveau atteint par la température avant et après le pic.

On constate, dans les deux cas, que le refroidissement du haut du conduit s'accompagne, du moins dans une première phase, d'un échauffement de la face et du bas du conduit. Ainsi, il a été mis en évidence [8] deux mécanismes lors de l'occurrence d'une fluctuation. Le premier de ces mécanismes fait

NOMENCLATURE

T	température à la paroi [$^{\circ}\text{C}$]	ν	dimension fractale
v	vitesse moyenne du fluide [cm s^{-1}]	t	temps [s]
z	cote du conduit [cm]	Δt	pas d'échantillonnage [s]
Re	nombre de Reynolds	τ	retard entre deux composantes successives d'un vecteur dans l'espace des phases [s].
θ	distance angulaire dans une section droite [degré]		

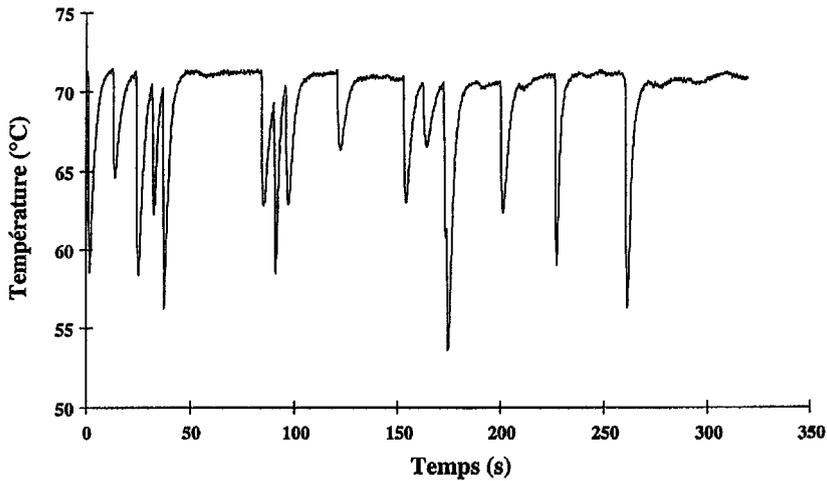


Fig. 1. Evolution de la température de paroi— $v = 26 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 2600$, $z = 70 \text{ cm}$, $\theta = 0^{\circ}$.

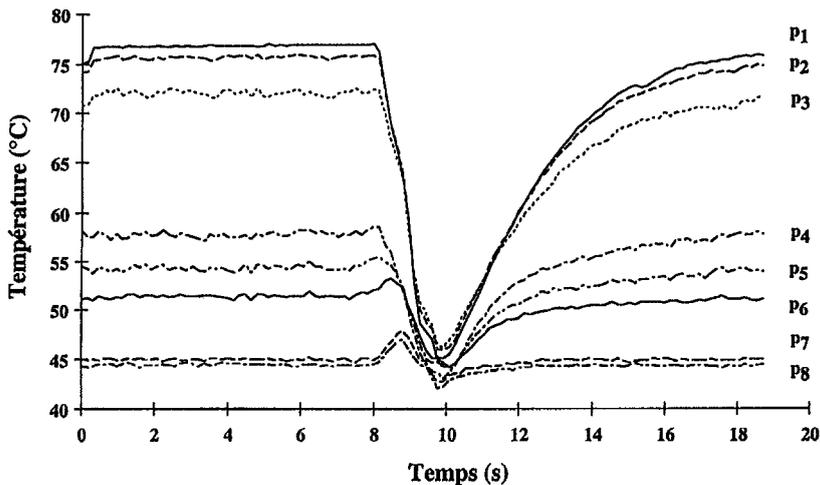


Fig. 2. Evolution de la température, lors d'une fluctuation de grande amplitude, dans une section droite ($v = 21 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 2100$, $z = 70 \text{ cm}$): P_1 correspond à $\theta = 0^{\circ}$; P_2 correspond à $\theta = 10^{\circ}$; P_3 correspond à $\theta = 20^{\circ}$; P_4 correspond à $\theta = 80^{\circ}$; P_5 correspond à $\theta = 100^{\circ}$; P_6 correspond à $\theta = 140^{\circ}$; P_7 correspond à $\theta = 160^{\circ}$; P_8 correspond à $\theta = 180^{\circ}$.

intervenir une distorsion de la couche limite thermique, correspondant à une déformation des isothermes; il peut être suivi du second relatif, pour sa part, à un effet de gradient thermique inverse, dans le bas du conduit, donnant lieu à un refroidissement global de la couche limite dans une section droite (voir Fig. 4). Cet effet induit une instabilité thermo-

convective dans le bas du conduit, provoquée par un écart de température trop important entre le fluide froid (se trouvant dans le coeur de l'écoulement) et la couche limite thermique. Les Figs. 2 et 3 sont typiques des deux situations; Fig. 2 montre le cas d'une fluctuation faisant appel aux deux mécanismes alors que la Fig. 3 n'est concernée que par le premier.

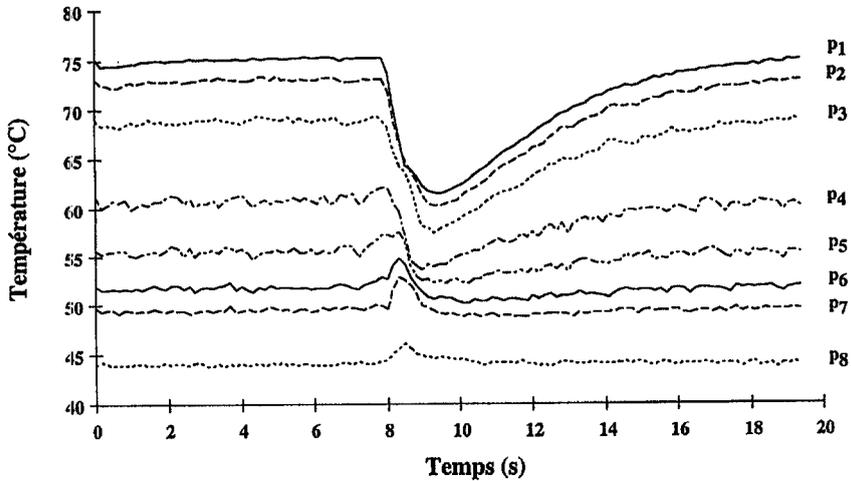


Fig. 3. Evolution de la température, lors d'une fluctuation de moyenne amplitude, dans une section droite ($v = 21 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 2100$, $z = 70 \text{ cm}$).

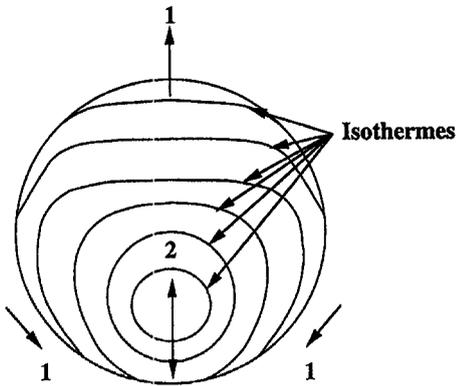


Fig. 4. Schématisation des deux mécanismes intervenant lors d'une fluctuation: (1) expansion des isothermes (refroidissement du haut et réchauffement du bas); (2) effet de gradient thermique inverse.

Lors de ces fluctuations, le signal physique ne présente pas de périodicité; de ce fait, une analyse de l'aspect 'chaos' du système s'impose.

3. PRÉSENTATION DE L'ASPECT 'CHAOS' DU SYSTÈME

L'aspect 'chaos' du système a été caractérisé, dans un premier temps, par la recherche d'un attracteur étrange et la détermination de sa dimension fractale [9-11]. Les résultats obtenus peuvent être résumés sur la Fig. 5. La dimension fractale ν de l'attracteur est représentée en fonction de la cote z pour différentes valeurs de la vitesse moyenne du fluide. On remarque que l'entrée du conduit est caractérisée par une forte valeur de la dimension fractale et donc par un nombre de degrés de liberté important; cette dernière décroît quand la cote z augmente. Cependant, pour des vitesses de fluide plus élevées, l'aspect turbulent du système augmente. Ces résultats sont relatifs à la tem-

pérature du haut d'une section droite du conduit et expriment le fait que, dans certaines conditions, on passe de façon continue d'une turbulence développée à de la turbulence faible (chaos) lorsque l'on parcourt le conduit depuis l'entrée jusqu'à la sortie.

On peut alors envisager un deuxième type de problème en examinant, pour une cote z donnée, l'évolution des trajectoires dans l'espace des phases bidimensionnel dans une section droite. Une telle étude doit apporter des renseignements complémentaires sur le comportement thermique du conduit soumis à un phénomène de convection mixte. Si les premiers résultats ont rendu compte de l'influence progressive des écoulements secondaires (lorsque z varie), il s'agit ici de préciser l'influence d'un rouleau convectif particulier à une cote z donnée; pour cela, on choisira cette cote et la vitesse de fluide pour que l'aspect chaotique du système soit correctement institué.

Ces trajectoires ont été établies à partir d'une série temporelle de données à temps discret (échantillonnées avec un pas de temps $\Delta t = 0.16 \text{ s}$). Le délai τ , entre deux composantes successives d'un vecteur, a été optimisé de sorte que l'intervalle des distances r (exprimé en température) où la loi d'échelle est respectée soit le plus important possible [12]; cette valeur ayant été estimée, on a utilisé par la suite $\tau = 5\Delta t$. Les Figs. 6 et 7 représentent respectivement les trajectoires dans l'espace des phases bidimensionnel des fluctuations correspondant aux Figs. 2 et 3.

4. ANALYSE DES RÉSULTATS

Les deux types de fluctuation que nous venons de présenter induisent un comportement nettement différent dans l'espace des phases. En particulier, il apparaît dans le premier cas une stabilité beaucoup plus grande de la partie basse des trajectoires lorsque l'angle θ varie. Par ailleurs, ces dernières, de façon

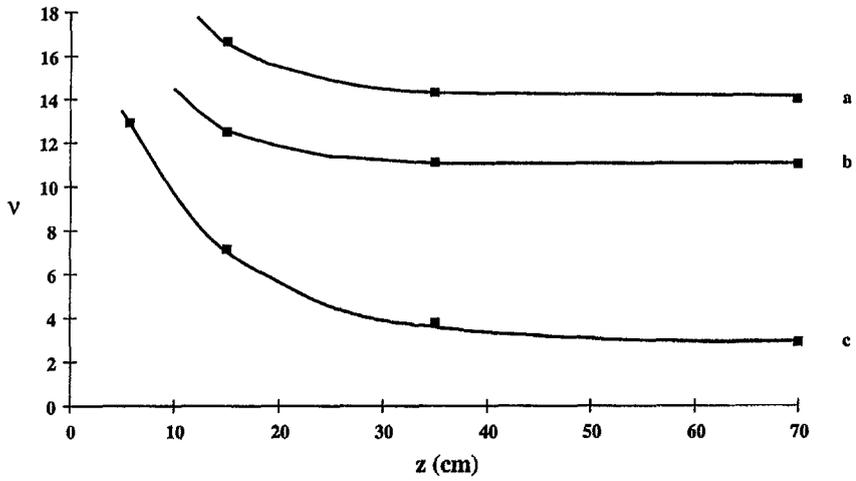


Fig. 5. Variation de la dimension fractale v en fonction de la cote z pour diverses valeurs de la vitesse du fluide: (a) $v = 31 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 3100$; (b) $v = 28 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 2800$; (c) $v = 26 \text{ cm s}^{-1}$, $Re = 2600$.

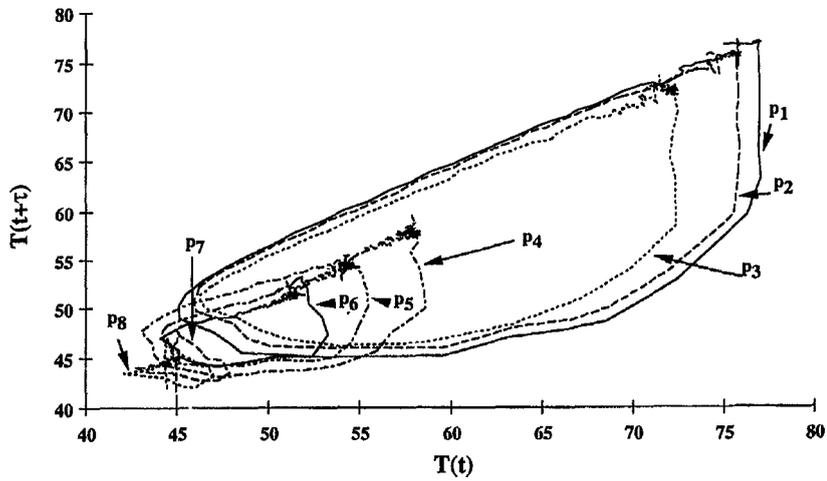


Fig. 6. Trajectoire dans l'espace des phases bidimensionnel dans une section droite pour le signal représenté sur la Fig. 2.

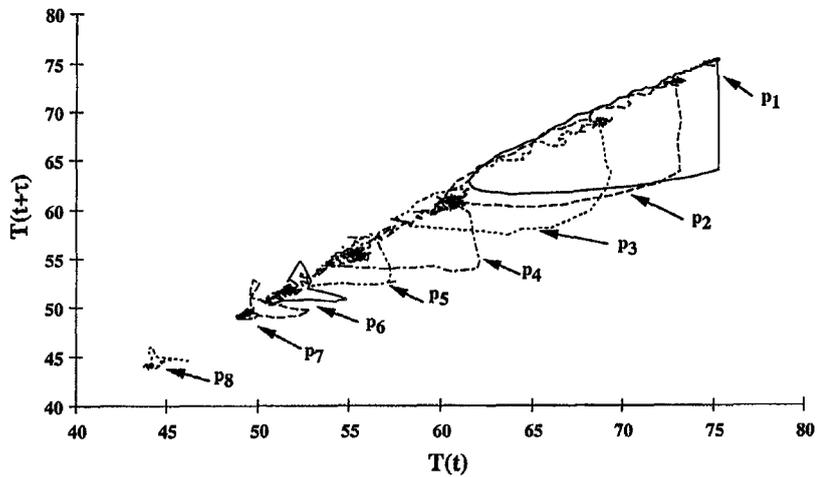


Fig. 7. Trajectoire dans l'espace des phases bidimensionnel dans une section droite pour le signal représenté sur la Fig. 3.

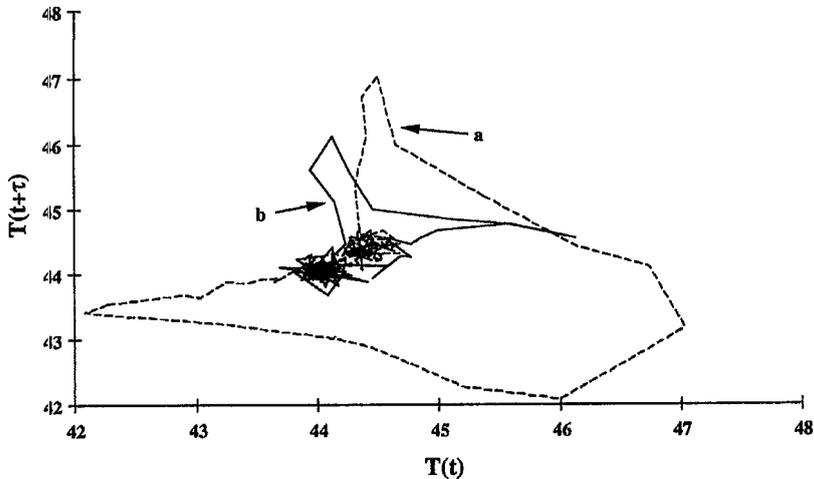


Fig. 8. Trajectoire dans l'espace des phases bidimensionnel pour $\theta = 180^\circ$ dans le cas des deux signaux : (a) signal (Fig. 2) ; (b) signal (Fig. 3).

générale, présentent, aux abords des régimes stationnaires, des fluctuations de faible amplitude pouvant traduire la présence d'une turbulence associée aux écoulements secondaires se manifestant par un bruit thermique BT d'écart-type peu important (de l'ordre de quelques dixièmes de degré). On notera que, dans cette représentation, le régime stationnaire se concentre en un amas de points dont la densité et la taille dépendent de l'amplitude du bruit thermique BT.

Lorsque l'on se déplace le long d'une section droite, depuis le bas vers le haut du conduit, on enregistre, dans tout les cas, une extension des trajectoires. De plus, le bruit BT décroît ; lorsque l'extension maximale est atteinte (pour le haut du conduit), l'amplitude de BT est pratiquement nulle (au bruit de mesure près). Il semble que l'on assiste à un déploiement des trajectoires dont les potentialités sont contenues dans BT. Dans le haut du conduit, la trajectoire est 'tendue' et son extension maximale. On remarque que, de façon relative, la zone bruitée sur la trajectoire est plus longue dans le cas du pic de plus faible amplitude.

La représentation (Fig. 8) des trajectoires pour le bas du conduit, dans le cas des deux signaux, fait apparaître une différence de comportement. Rappelons que le pic le plus intense fait intervenir les deux mécanismes et en particulier l'effet de gradient thermique inverse.

Afin de préciser cette différence de comportement, une schématisation du processus est donnée sur la Fig. 9. On y a fait figurer trois phases, les deux premières correspondent à des situations distinctes de la variation de la température du bas du conduit (passage par un maximum 'a' et par un minimum 'b') et la troisième 'c' à une composition de 'a' et 'b'. On suppose que chaque phase est constituée d'un vecteur aller 'A' et d'un vecteur retour 'R'. Partant de la situation 'a', la situation 'b' est obtenue par une rotation de 180° des vecteurs 'A' et 'R', alors que la situation

'c' résulte uniquement de la rotation du vecteur 'R' de 180° . La trajectoire de 'c' décrit alors une courbe beaucoup plus développée que dans les cas 'a' et 'b'. Les courbes expérimentales de la Fig. 8 montrent bien une telle différence de comportement ; le cas du pic de plus faible amplitude suit le schéma 'a' alors que le pic de plus grande amplitude suit le schéma 'c'. Ainsi, on peut associer l'effet de gradient thermique inverse à une rotation de 180° du vecteur 'R'.

La schématisation de la trajectoire du pic de grande amplitude, pour le bas du conduit, peut alors être partagée en deux parties (Fig. 9) ; une supérieure correspondant à un état instable 'I' et une inférieure relative à un état stable 'S'. L'évolution de cette même trajectoire en fonction de l'angle θ (en allant vers le haut du conduit), montre en effet que la partie 'S' est pratiquement insensible à la variation du paramètre θ ; ceci n'est pas le cas pour la partie 'I'. On est donc, en présence d'une trajectoire offrant, vis-à-vis de θ , une stabilité importante dans sa partie inférieure. Dans le cas du pic de faible amplitude, cette dernière partie n'existe pas et l'ensemble de la trajectoire devient alors instable vis-à-vis de θ . On peut affirmer que l'existence de cette partie inférieure 'S', et donc l'effet de gradient thermique inverse, est à l'origine de la stabilité structurelle de toute les zones basses des trajectoires.

L'évolution de la température de paroi peut, par ailleurs, correspondre à trois situations différentes. La situation 1, relative à l'état stationnaire, correspond à une état où les rouleaux convectifs sont bien formés. La situation 2, où la température fluctue avec une faible amplitude, implique une destruction partielle des rouleaux convectifs (le pic n'est concerné que par le mécanisme 1). Enfin pour la situation 3, le pic étant de grande amplitude, la paroi se refroidit à la même température dans toute la section droite, entraînant une destruction totale des rouleaux convectifs (et donc un brassage plus important du fluide).

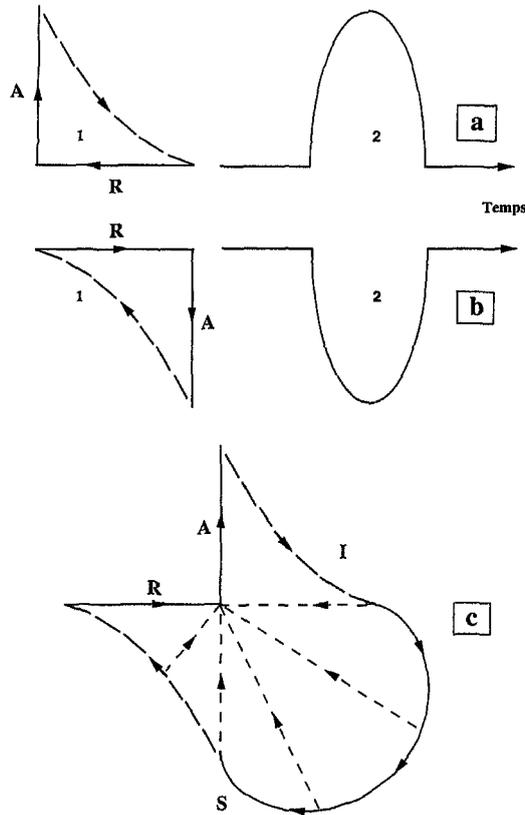


Fig. 9. Schématisation du processus pour $\theta = 180^\circ$: (1) représentation dans l'espace des phases; (2) signal physique; (a) réchauffement suivi d'un refroidissement; (b) refroidissement suivi d'un échauffement; (c) composition de a et b.

La situation 2 correspond à une combinaison des deux autres. Lors de l'occurrence de cette dernière, caractérisée par un état 'équivoque', le système se trouve confronté à la compétition entre deux situations stables différentes. Ceci lui confère une instabilité lui permettant donc de fluctuer entre les deux, jusqu'à atteindre l'une ou l'autre. Ce fait peut être illustré par un enchaînement de pics (Fig. 10), jusqu'au retour à l'état stationnaire. La Fig. 11 donne un exemple des trajectoires, dans l'espace des phases, d'un tel enchaînement de pics. Dans ce cas, ces reprises de pics correspondent à une extension de la trajectoire qui tend à retrouver le point stable situé vers le bas du conduit.

Cependant, si l'on considère un espace des phases dont la dimension est supérieure à 2 [11], il apparaît clairement que ces enchaînements participent à l'augmentation de la dimension fractale vis-à-vis de celle d'un attracteur construit à partir d'un signal qui retourne systématiquement à l'état stationnaire après une fluctuation. Ceci tend à montrer que le chaos à

faible degré de liberté peut évoluer vers une turbulence plus développée et ceci d'autant plus facilement que la vitesse moyenne du fluide est grande. On peut imaginer que le régime de transition évolue depuis le régime laminaire à travers un état chaotique de plus en plus perturbée par des phases turbulentes.

5. CONCLUSION

L'approche 'chaos' a été appliquée en vue de l'analyse d'un phénomène thermophysique. Ceci nous a amené à utiliser la trajectoire dans l'espace des phases pour confirmer l'existence de deux types de mécanisme conduisant à des comportements thermiques nettement différenciés. De plus, on a pu ainsi montrer comment la transition vers la turbulence, passant par un système chaotique, peut s'effectuer. Dans cet article, on s'est limité à un schéma descriptif à l'aide de signaux physiques types permettant de rendre compte, de manière qualitative, de cet aspect du problème. Ce

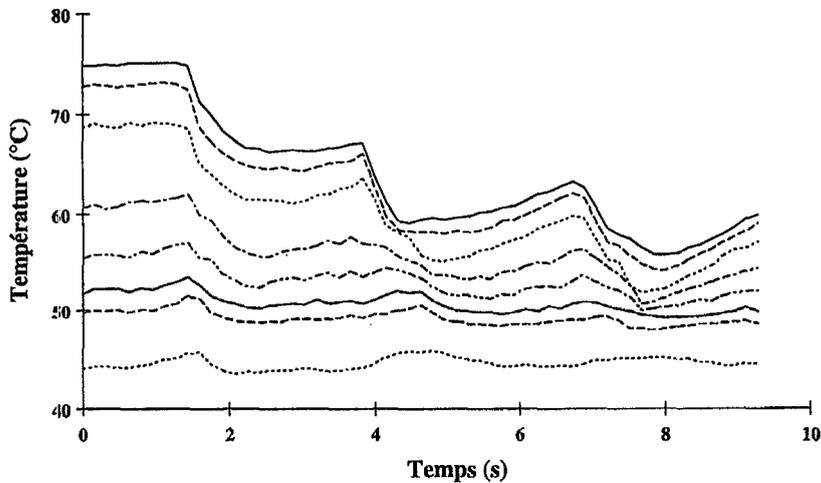


Fig. 10. Représentation d'un signal comportant une reprise de pics dans une section droite.

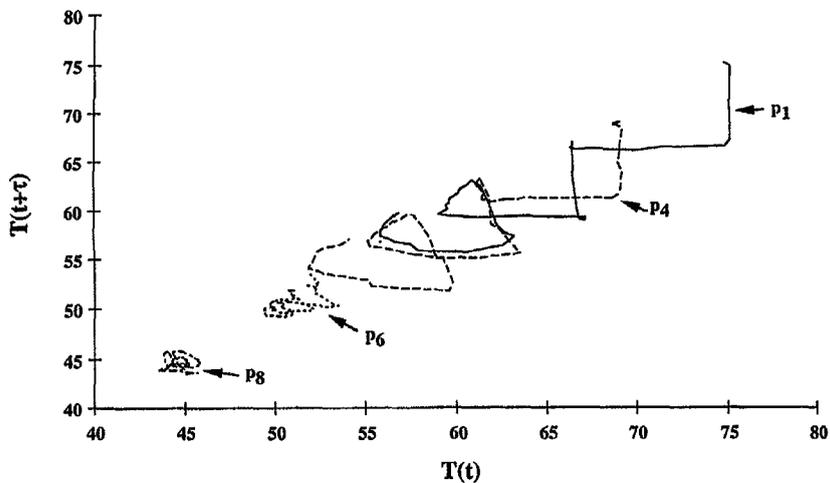


Fig. 11. Trajectoire dans l'espace des phases bidimensionnel du signal représenté sur la Fig. 10.

travail sera complété par une analyse plus fine du chaos, en particulier par une étude topologique.

BIBLIOGRAPHIQUES

1. R. L. Shannon and C. A. Depew, Combined free and forced laminar convection in a horizontal tube with uniform heat flux, *J. Heat Transfer* **90**, 353-357 (1968).
2. D. Choudhury and S. V. Patankar, Combined forced and free laminar convection in the entrance region of the inclined isothermal tube, *J. Heat Transfer* **110**, 901-909 (1988).
3. C. Abid, F. Papini, A. Ropke et D. Veyret, Etude de la convection mixte dans un conduit cylindrique. Approches analytique/numérique et détermination expérimentale de la température de paroi par thermographie infrarouge, *Int. J. Heat Mass Transfer* **37**, 91-101 (1994).
4. H. A. Nagendra, Interaction of free and forced convection in horizontal tubes in transition regime, *J. Fluid Mech.* **57**, 269-288 (1973).
5. M. A. El-Hawary, Effect of combined free and forced convection on the stability of flow in a horizontal tube, *J. Heat Transfer* **102**, 273-278 (1980).
6. P. S. Petukhov and A. F. Polyakov, Flow and heat transfer in horizontal tubes under combined effect of forced and free convection. *Fourth International Heat Transfer Conference*, **4**, NC3.7 1-11 (1970).
7. C. Abid, F. Papini et A. Ropke, L'intermittence spatio-temporelle dans un écoulement cylindrique en circuit ouvert : détermination du champ de température externe par thermographie infrarouge et étude de comportement, *J. Physique III France* **3**, 255-266 (1993).
8. C. Abid, La convection mixte dans un conduit horizontal. Instabilités thermiques dans la transition 'laminaire-turbulent', Thèse, Université d'Aix-Marseille I (Mars 1993).

9. P. Grassberger and I. Procaccia, Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 346 (1983).
10. M. Lefranc, D. Hennequin and P. Glorieux, Improved correlation dimension estimates through change of variable, *Phys. Lett. A* **163**, 269–274 (1992).
11. C. Abid, R. Martin, F. Papini and A. Ropke, Thermal instabilities in the 'laminar-turbulent' transition for a flow in a cylindrical horizontal heated duct. In *Third World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, Honolulu, Hawaii (1993).
12. M. Lefranc, Caractérisation du chaos dans les lasers CO₂, Thèse, Université des Sciences et Technologies de Lille (Décembre 1992).

CHAOS AND TURBULENCE IN A HORIZONTAL DUCT SUBMITTED TO A MIXED CONVECTION PHENOMENON

Abstract—This paper is concerned with the thermal instabilities occurring in a horizontal duct which is submitted to a mixed convection phenomenon. If we consider that the physical signals have a deterministic aspect, the system will be assumed as following a non-linear dissipative dynamic leading to a chaotic state. This state will be characterized and the transition to turbulence brought to the fore. More, we show how the physical mechanisms, responsible for these instabilities, induce different evolution of the space phase trajectory in a cross-section. We restrict this study to a descriptive aspect of the thermal behaviour of this system.